

## Annexe 23 : Les programmes MAPLE

### (Construits par Claude St-Hilaire)

#### 01 – Le programme 01-CM4x4-7040-880.mw

Le programme 1) crée et affiche les 7040 carrés magiques  $4 \times 4$  normaux pour les 16 nombres de 1 à 16. Note : Un carré magique avec ses 3 rotations de 90 degrés et ses 4 transposées forment un groupe de 8 carrés magiques dits équivalents.

On peut donc regrouper les 7040 en 880 ( $7040/8$ ) groupes de 8. Chaque carré magique d'un groupe des 8 équivalents peut représenter son groupe des 8 équivalents, il est alors appelé primitif. Deux carrés magiques sont par conséquent primitifs si l'un n'est pas un équivalent de l'autre.

Le programme 2) donne 880 primitifs.

Pour savoir si on peut construire des carrés magiques avec 16 nombres quelconques, remplacez dans le programme 1) les nombres de 1 à 16 dans N par les 16 nombres de votre choix. Si ces carrés existent, le programme vous les donnera (le nombre de carrés magiques obtenus sera toujours un multiple de 8). Si ces carrés n'existent pas, vous recevrez l'ensemble vide { }.

Note : la transposée d'un carré magique est le carré magique obtenu lorsque l'on change les lignes en colonnes (première ligne devient première colonne, deuxième colonne, etc).

#### 02 – CM4x4-7040.mw

Le programme qui donne le nombre de figures magiques de certaines structures comme les Durer, A-Durer, Super-Durer et Super-Durer Alpha, etc.

#### 03 – Le programme Illustration-Figures.mw

Les programmes 1 et 2 comptent et affichent les figures magiques » d'un carré magique  $A_{n \times n}$ ,  $3 \leq n \leq 5$  (avec ou sans répétition dans A).

Pour  $n = 6$ , le programme 3 affiche les figures magiques de la a ième figure magique à la b ième.

#### 04 – Le programme MUM-5.mw concerne des carrés m-ultra-magiques d'ordre 5

Le programme 1 trouve les m-ultra-magiques presque normaux de produit magique P.

Le programme 2 donne les m-ultra-magiques presque normaux primitifs.

Le programme 3 affiche les primitifs en groupes ne contenant que des primitifs ayant les mêmes nombres et donne le minimum et le maximum que possèdent tous les primitifs du groupe.

## **05 – Le programme MHM-6.mw concerne des carrés m-hyper-magiques d'ordre 6**

Le premier programme trouve les 576 carrés m-hyper-magiques de produit magique  $P = 120^6$ .

Le deuxième programme regroupe les m-hyper-magiques, chacun étant un primitif représentant 8 équivalents.

Le programme ne trouve aucune solution pour  $P < 120^6$ . Posant  $P = k^6$ , il n'y a donc aucune solution pour  $k < 120$ .

## **06 – Le programme <Premiers parfaits-3.mw>**

Le programme cherche sur l'intervalle  $[a, b]$ , 9 nombres premiers consécutifs avec lesquels on peut former un carré magique  $3 \times 3$ .

Programme 1 : montre un exemple

Une solution pour  $a = 73780392$ ,  $b = 73780392$ .

Exécution de plusieurs heures si on veut  $a=3$  à  $b=73780392$  pour montrer qu'il n'y a qu'une solution.

Programme 2 : On extrait les primitifs du programme 1.

## **06a – Le programme <Premiers parfaits-3.mw>**

Le programme cherche sur l'intervalle  $[a, b]$  des carrés magiques  $3 \times 3$  formés de 9 nombres premiers consécutifs.

Programme 1 : montre un exemple

Une solution pour une variable 73780392, Exécution de

plusieurs heures si on veut  $a=3$  à  $b=73780392$  pour montrer qu'il n'y a qu'une solution.

## **07 – Le programme <Premiers parfaits-4.mw>**

Le programme recherche de carrés magiques  $4 \times 4$  formés de 16 nombres premiers consécutifs et celui de somme magique minimale.

## **08 – UltraMaj.mw : Les 16 meilleurs ultra-magiques d'ordre 5**

Le premier programme donne les 128 CM normaux (formés des nombres de 1 à 25) qui sont des UltraMagiques  $5 \times 5$ . La somme magique est 65.

Le second programme les regroupe en 16 représentants de 8 équivalents.

Le programme troisième programme associera à chacun des 16 CM primitifs, ses 7 autres équivalents.

Le quatrième programme 4a-4b montre les 362 figures magiques de tout UltraMagique.

## **09 – HyperMagiques.mw : Les 36 meilleurs hyper-magiques d'ordre 6**

Le programme 1 montre qu'il existe 288 hyper-magiques de somme 150.

Le programme 2 en extrait 36 représentants de 8 équivalents. Ils sont appelés « les 36 meilleurs hyper-magiques »

Le programme 37-CM6x6-Hyper-Magiques.mv montre qu'il n'existe pas d'hyper-magiques de somme inférieure à 150 et formés d'entiers positifs, tous différents.

## **10 – CM6x6-HyperMagiques-Permutations.mw**

À partir d'un hyper-magique A particulier de somme 150, le premier programme construit les 36 permutations circulaires des lignes et des colonnes de A.

Le deuxième programme montre que ce sont des hyper-magiques qui font partie des 288 hyper-magiques de somme 150 et formés d'entiers positifs tous différents.

Le troisième programme montre que les 36 permutations circulaires qui sont des hyper-magiques sont des primitifs.

## **11 – CM-arith-2k+1.mw**

Pour  $n$  impair, dans la partie A, on construit des CM normaux d'ordre  $n$  où  $n = 2k+1$  et dans la partie B, on construit des CM presque normaux.

### **11b – CM-arith-2k+1-manuellement.mw**

Comment construire à la main un CM normal  $M$   $n \times n$  où  $n$  est impair.

## **12 – CM-4k.mw**

Pour  $n = 2 \times \text{pair}$ , multiple de 4, dans la partie A, on construit des CM normaux et dans la partie B, on construit des CM presque normaux.

### **12b – CM-4K-normal-manuellement.mw**

La partie A donne un CM normal pour  $n$  multiple de 4.

La partie B explique comment construire ce CM normal  $n \times n$  manuellement.

## **13 – CM-arith-4k+2.mw**

Pour un nombre de la forme  $n = 4k+2 = 2(2k+1) = 2$  (impair) dans la partie A, on construit des  $CM_{n \times n}$  normaux (formés des nombres 1 à  $n^2$ ) et dans la partie B, on construit des  $CM_{n \times n}$  presque normaux (entiers positifs tous différents).

#### **14 – CM-3x3—NP.mw**

Le programme trouve des carrés magiques  $3 \times 3$  formés de nombres premiers différents parmi les 29 premiers nombres premiers. 177 est la somme magique minimale.

#### **15 – CM-3 $\times$ 3-Ncomposés.mw**

Le programme crée des CM  $3 \times 3$  formés de nombres composés (non premiers) et trouve la somme minimale  $s=36$ .

#### **16 – CM4x4-NP-consécutifs.mw**

Le programme recherche des carrés magiques  $4 \times 4$  formés de 16 nombres premiers consécutifs et celui de somme magique minimale.

#### **17 – CM4x4-NP-NONconsécutifs.mw**

Le programme recherche des carrés magiques  $4 \times 4$  formés de 16 nombres non consécutifs.

#### **18 – CM4x4-Ncomposés.mw**

Le programme recherche la somme minimale pour des carrés magiques  $4 \times 4$  formés de 16 nombres composés différents (non premiers et différents de 1) est  $s = 63$ .

#### **19 – CM-4 $\times$ 4-Structuures-Normaux.mw**

Le programme 1 crée d'abord les 7040 carrés magiques  $4 \times 4$  normaux et les affiche.  
Le programme 2 affiche les 24 différentes structures.

#### **20 – CM4x4-indépendants-intro.mw**

Le programme donne le nombre de figures magiques communes à 2 carrés magiques et les affiche.  
Si le nombre de figures magiques communes est 14, on dit que les 2 carrés magiques sont indépendants.

#### **20a – CM4x4-indépendants-880.mw**

Le programme donne tous les couples de carrés magiques indépendants parmi les 880 carrés magiques primitifs des 7040 carrés magiques  $4 \times 4$  normaux.

Le Programme 1 trouve les 86 figures magiques de chacun des 880 carrés magiques primitifs.  
Le Programme 2 trouve, pour les 880, tous les couples de carrés magiques indépendants. Il y a 29 494.  
Le programme 3 affiche les 14 figures magiques d'un exemple de couple indépendants.

## **20b – CM4x4-indépendants-7040.mw**

Les programmes trouvent des couples de carrés magiques indépendants (ayant seulement 14 figures magiques communes) parmi les 7040 carrés magiques  $4 \times 4$  normaux.

Le Programme 1, en 2 parties, crée les 7040 carrés magiques  $4 \times 4$  normaux.

Le Programme 2 trouve les 86 figures magiques de chacun des 7040 CM.

Le Programme 3 donne un exemple de couple de normaux indépendants.

Le Programme 4 trouve des couples de CM d'ordre 4 normaux indépendants (qui ont chacun 86 figures magiques mais seulement 14 figures magiques communes).

## **21 – CM4x4-Diag-Pair-Impair.mw**

Le programme 1 crée les 7040 CM normaux. Pour chacune des 2 grandes diagonales des 7040 CM normaux  $4 \times 4$ , le programme 2 compte combien chacune contient de nombres pairs et de nombres impairs.

Remarque : La somme magique des CM normaux  $4 \times 4$  est 34, un nombre pair alors une grande diagonale ne peut contenir un nombre pair et 3 nombres impairs, car la somme serait impair. Il en est de même pour 3 nombres pairs et un nombre impair. Une grande diagonale ne peut contenir, 4 nombres pairs ou 4 nombres impairs ou 2 pairs et 2 impairs.

## **22 – CM4x4-Durer-24 fig mag.mw**

Trouver des CM Durer ayant 24 figures magiques et formés de 16 entiers positifs différents.

Tous les Durer formés de 16 entiers positifs différents ont au moins 24 figures magiques, mais on en cherche qui en ont exactement 24, la plus petite somme possible.

## **23 – CM-5 $\times$ 5-NPconsécutifs.mw**

Programme qui donne des CM  $5 \times 5$  formés de 25 nombres premiers consécutifs de somme minimale  $s=313$  qui est un nombre premier.

$s=313$  est la somme minimale connue pour les CM  $5 \times 5$  formés de nombres premiers consécutifs. Le programme en trouve avec comme centre 13.

## **24 – CM5x5-NP-NONConsécutifs.mw**

Programme qui donne des CM  $5 \times 5$  formés de 25 nombres premiers différents non consécutifs et de somme minimale  $s=233$ .

## **25 – CM 5 $\times$ 5-NONPremiers.mw**

Programme qui donne des CM  $5 \times 5$  formés de 25 nombres non-premiers différents et de somme magique=102

### **26 – CM 5 × 5-Composés.mw**

Programme qui donne des CM 5 × 5 formés de 25 nombres composés différents et de somme minimale  $s=109$

### **27 – compte-fig-6 × 6-10 × 10.mw**

Les 5 programmes A, B, C, D, E calculent le nombre de figures magiques de CM normaux 6 × 6, 7 × 7, 8 × 8, 9 × 9, 10 × 10 sans répétitions.

Pour les CM 3 × 3, 4 × 4, 5 × 5, le programme 03-illustration-figures compte et affiche les figures magiques.

### **28 – CM5x5-ArianeCasParticulier.mw**

Le but des programmes suivants est de trouver les 109 figures magiques d'un carré magique Ariane **particulier** et de les afficher. Onze de ces 109 figures magiques sont des « fusées Ariane ».

### **29 – MHM-4.mw vous présente les meilleurs m-hyper-magiques d'ordre 4.**

Le programme trouve 384 m-hyper-magiques presque normaux d'ordre 4 du plus petit produit  $P = 14\,400$ . Il nous donne ensuite les 48 primitifs qui sont les 48 meilleurs m-hyper-magiques presque normaux d'ordre 4. Rappelons que, pour l'ordre 4, m-hyper-magique = m-super-Dürer = m-pandiagonal.

### **30 – CM5x5-Ariane2.mw**

Le but du programme est de trouver des carrés magiques Ariane formés de 25 nombres entiers positifs, sans répétition. Après quelques essais, on a choisi de faire varier les sommes de 120 à 140 et les variables  $a, b, h$  dans les intervalles ci-bas. On trouve  $S=123$  comme minimum

### **31 – CM5x5-Ariane3.mw**

On a déjà trouvé des carrés magiques Ariane formés de nombres entiers positifs, tous différents, et la plus petite somme était 123. (voir le programme Maple Ariane2).

Le but du programme est de prouver que  $S=123$  est la somme minimale pour les carrés magiques Ariane formés de nombres entiers positifs, tous différents.

### **32 – CM6x6-Hyper-Magiques.mw.**

Le programme montre qu'il n'existe pas d'hyper-magiques de somme inférieure à 150 et formés d'entiers positifs, tous différents.

Le programme 09-CM6x6-Les meilleurs hyper-magiques montre qu'il en existe 288 de somme 150 et en extrait 36 primitifs représentant de 8 équivalents. A représente la structure générale des hyper-magiques.

### **33 – CM8x8-Hyper-Magique-alpha.mw**

Le but du programme est de trouver la somme minimale pour les carrés magiques  $8 \times 8$  vérifiant la structure A des carrés magiques  $8 \times 8$  hyper-magiques-alpha ci-bas.

### **34 – CM8x8-Gauss**

Le but du programme est de trouver la somme magique minimale pour les carrés magiques  $8 \times 8$  vérifiant la structure A des carrés magiques Gauss.

### **35 – n-uplets-premiers.mw**

Le programme affiche les types de nombres premiers, Nombres premiers, Nombres premiers jumeaux, Couples jumeaux voisins de nombres premiers, etc.  
Pour chacun le programme parcourt des intervalles et compte les nombres premiers qui nous intéressent.

### **36 – CM-avec k nombres premiers.mw**

Le programme donne des CM d'ordre  $n$  formés de nombres naturels consécutifs avec  $k$  nombres premiers. Le programme trouve les valeurs de  $k$  possibles parmi les 150 000 premières suites de  $n^2$  nombres. Il affiche un CM avec aucun nombre premier, un CM avec un nombre premier, un CM avec deux nombres premiers, etc.

### **37 – CM6x6-perfection**

Programme pour obtenir des CM  $6 \times 6$  presque normaux (formés de nombres entiers  $\geq 1$ , sans répétition), de toutes les sommes magiques  $111 + k$ .  $S = 111$  est la somme d'un CM normal  $6 \times 6$  (formé des nombres 1 à 36).

### **38 – CM4x4extrait primitifs.mw**

Le programme extrait un groupe de primitifs de la liste de carrés magiques  $A 4 \times 4$ .  $A[i]$  est un primitif dans A si A contient les 8 CM qui caractérisent  $A[i]$  comme primitif, ( $A[i]$ , ses 3 rotations et ses 4 transposées).

### **39 – ChaqueCM-avecSes7équivalents.mw**

Le programme suivant prend chaque CM placé dans l'ensemble K et lui associe ses 7 équivalents (ses 3 rotations et ses 4 transposés).

### **40 – nxn-construireGr8.mw**

Pour un carré magique A, le programme donne les 8 carrés magiques équivalents, c'est-à-dire A et ses 3 rotations de 90 degrés horaires (ou anti-horaires) et les 4 transposées.

#### **41 – Décomp-5manières.mw**

Comment décomposer de 5 manières différentes un carré magique A en la somme B + C où B est un CM avec symétrie et C est un CM avec antisymétrie.

#### **42 – décomp-infinitéSol.mw**

Comment décomposer un CM A de somme S en 3 CM tel que A = AntiSymétrie Centrale + somme nulle + somme S. On a une infinité de solutions.

#### **43 – CM-5 × 5-miroirs-vraisMiroir.mw**

Construire des carrés magiques miroirs et vrais miroirs.

#### **44 – CM-supermiroir.mw**

Construire un CM super miroir

#### **45 – CM-base-S fixe.mw**

On crée une structure CM de  $n \times n$  générant tous des CM de même somme magique  $s$  fixe. On génère ensuite  $n(n-2) - 1$  carrés magiques de CM, linéairement indépendants. Ils forment une base pour l'ensemble de leurs combinaisons linéaires.

#### **46 – CM-Base-S non fixe.mw**

Créer une structure CM  $n \times n$ . On génère  $n^*(n-2)$  carrés magiques de CM, linéairement indépendants et de différentes sommes magiques. Ces  $n^*(n-2)$  carrés magiques de CM forment une base pour les CM d'ordre  $n$ .