

Annexe 19 : Comment j'ai trouvé ALG-1?

Comment l'**algorithme ALG-1**, qui nous permet de construire des carrés arithmétiques (voir chapitre 11, Partie 2) et associatifs d'ordres impairs, a-t-il été trouvé?

Je pense qu'il est intéressant de montrer le cheminement qui m'a conduit à ALG-1.

- 1) D'abord, je constate que les carrés **super-Dürer-alpha** sont des carrés arithmétiques (voir section 5.6, Partie 2).
- 2) Également, je constate que tous les carrés magiques d'ordre 3 sont arithmétiques.
- 3) D'où la question : **trouvons-nous des carrés arithmétiques pour tous les ordres?**
- 4) Regardons pour l'ordre 5. Pour cela, j'ai considéré le tableau arithmétique suivant :

	3	5	7	9	11
	12	14	16	18	20
(*)	21	23	25	27	29
	30	32	34	36	38
	39	41	43	45	47

et je me suis demandé si je pouvais construire un carré magique formé avec ces vingt-cinq nombres.

- 5) Pour cela, j'ai utilisé un procédé tiré de «Célèbres problèmes mathématiques» d'Edouard Callandreau, problème 8 sur les carrés magiques. Voir [4] de la bibliographie.
- 6) Ce procédé, pour les carrés d'ordres impairs, m'a permis de construire un carré magique. Donc, des carrés magiques arithmétiques existent pour les ordres 3, 4 et 5.
- 7) Voici ce carré magique de somme $S = 125$: il est arithmétique et associatif (deux cases symétriques par rapport au centre du carré totalisent toujours $2S/n = 2 \times 125 / 5 = 50$).

21	45	14	38	7
9	23	47	16	30
32	11	25	39	18
20	34	3	27	41
43	12	36	5	29

- 8) J'ai repris le même procédé avec cette fois le tableau arithmétique suivant dans lequel $n = 5$.

$$\begin{array}{cccccc}
 a & a+r & a+2r & \dots & a+(n-1)r \\
 a+t & a+t+r & a+t+2r & \dots & a+t+(n-1)r \\
 a+2t & a+2t+r & a+2t+2r & \dots & a+2t+(n-1)r \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\
 a+(n-1)t & a+(n-1)t+r & a+(n-1)t+2r & \dots & a+(n-1)t+(n-1)r
 \end{array}$$

J'ai obtenu le carré magique qui suit de somme $S = 5a + 10r + 10t$:

$a + 2t$	$a + 3r + 4t$	$a + r + t$	$a + 4r + 3t$	$a + 2r$
$a + 3r$	$a + r + 2t$	$a + 4r + 4t$	$a + 2r + t$	$a + 3t$
$a + r + 3t$	$a + 4r$	$a + 2r + 2t$	$a + 4t$	$a + 3r + t$
$a + 4r + t$	$a + 2r + 3t$	a	$a + 3r + 2t$	$a + r + 4t$
$a + 2r + 4t$	$a + t$	$a + 3r + 3t$	$a + r$	$a + 4r + 2t$

- 9) Maintenant, il est évident que ce carré magique M est la combinaison linéaire suivante :

