Glossaire de la partie 2

1) **ALG-1** est un algorithme qui permet de construire une infinité de carrés arithmétiques presque normaux d'ordres impairs $n \geq 3.$ (Voir chapitre 11).
2) **ALG-2** est un algorithme qui permet de construire une infinité de carrés arithmétiques presque normaux d'ordres pairs multiples de quatre, $n \geq 4.$ (Voir chapitre 11).
3) **ALG-3** est un algorithme qui permet de construire une infinité de carrés arithmétiques presque normaux d'ordres pairs non multiples de quatre, $n \geq 6.$ (Voir chapitre 11).
4) **Beau carré :** synonyme de carré magique presque normal.
5) **Bel-intrus :** c'est un intrus d'ordre impair tel que le nombre de nature différente des autres se trouve dans la case centrale du carré.
6) **Carré arithmétique** : c'est un carré magique d'ordres $n \geq 2$ tel que ses n^2 nombres peuvent être disposés sous la forme d'un tableau arithmétique. (Voir le tableau (*) au début de 11.2).
7) **Carré doublement magique** : c'est un carré magique d'ordre $n, n \geq 3,$ dans lequel nous retrouvons dans toutes ses cases, un autre carré magique d'ordre $\mathrm{m}, m \geq 3.$ (voir 14.17.1 pour la définition complète).
8) **Carré composé** : c'est un carré magique presque normal d'ordre $n \geq 3$ qui ne renferme aucun nombre premier.
9) **Carré composé parfait** : c'est un carré composé tel que tous ses entiers soient consécutifs.
10) **Carré de puissances** : carré magique tel que tous ses nombres soient des entiers tous affectés du même exposant entier $k, k \geq 2.$
11) **Carré géométrique** : c'est un carré multiplicatif (voir 15.1) d'ordres $n \geq 3$ tel que tous ses nombres peuvent être disposés sous la forme d'un tableau géométrique. (Voir le tableau (TG) vers la fin de 15.6).
12) **Carré horizontal** : c'est un carré magique presque normal d'ordre $n \geq 3$ tel que tous les entiers de chaque rangée se terminent par le même chiffre.
13) **Carré horizontal-alpha** : voir 14.13, le premier encadré vert.
14) **Carré hyper-composé :** c'est un carré composé tel que tous ses entiers forment une suite arithmétique de raison r où $r \geq 2$ est un entier.
15) **Carré hyper-premier** : carré magique tel que tous ses nombres soient des nombres premiers qui forment une suite arithmétique de raison non nulle.
16) **Carré idéal** : c'est un **carré magique presque normal** qui possède une figure idéale. Nous disons aussi « **carré magique idéal** ».
17) **Carrés indépendants** : ce sont deux carrés magiques qui proviennent d'une même structure générale de fréquence k qui possèdent seulement k figures magiques en commun.

18) **Carré k-multi-magique :** si nous mettons tous les nombres d'un carré magique A, respectivement à la puissance 2, 3, 4, …, k et que tous les carrés qui en résultent sont magiques, alors nous disons que A est un **carré k-multi-magique**. Nous pouvons aussi dire carré **bi-magique**, **tri-magique**, **tétra-magique** et **penta-magique** lorsque k prend respectivement les valeurs 2, 3, 4 et 5.
19) **Carré latin :** c'est un carré d'ordre n qui contient n objets différents, chacun apparaissant n fois dans le carré et plus précisément une seule fois par rangée et une seule fois par colonne.
20) **Carré latin diagonal :** c'est un carré latin tel que chaque objet apparait une seule fois dans chaque grande diagonale.
21) **Carré magique** : c'est un carré subdivisé en $n \times n$ cases carrées identiques réparties sur n rangées de n cases et n colonnes de n cases tel que chaque case contienne un **objet mathématique**, ceux-ci pouvant s'additionner et être multipliés par un nombre réel. De plus, si nous additionnons tous les objets de chaque rangée, chaque colonne et chaque grande diagonale, alors nous obtenons toujours le même objet S appelé **somme magique**. Un carré magique peut être vu comme une matrice carrée souvent appelée **matrice magique**.
22) **Carré magique associatif** : la somme de deux cases symétriques par rapport au centre du carré est toujours la même soit $\frac{2S}{n}$. Nous dirons aussi **carré associatif**.
23) **Carré magique fonctionnel** : dans chacune de ses cases, nous trouvons une fonction.
24) **Carré magique impair :** carré magique formé exclusivement d'entiers impairs.
25) **Carré magique multiplicatif :** c'est un carré à la fois magique et multiplicatif. On dit aussi **carré magique additif-multiplicatif**.
26) **Carré magique pair :** carré magique formé exclusivement d'entiers pairs.
27) **Carré magique trivial** : carré magique qui renferme le même objet dans chacune de ses cases.
28) **Carré m-Dürer** : c'est un carré multiplicatif d'ordre 4 tel que le produit des quatre cases du sous-carré d'ordre 2 situé dans le coin haut-gauche, soit égal au produit magique.
29) **Carrés miroirs** : voir la première page de 14.14.
30) **Carré m-pandiagonal :** c'est un carré multiplicatif tel que le produit des cases de chaque diagonale brisée soit le produit magique.
31) **Carré multiplicatif** : c'est aussi une matrice carrée mais au lieu d'additionner, nous multiplions et si nous multiplions tous les objets de chaque rangée, chaque colonne et chaque grande diagonale, alors nous obtenons toujours le même objet P, appelé **produit magique**. Il est bien entendu ici que tous les objets peuvent se multiplier entre eux. **Notons que dans tout le livre, pour les carrés multiplicatifs, nous aurons : objet = nombre réel > 0.** Enfin, nous pouvons appeler **m-carré**, tout carré multiplicatif.
32) **Carré multiplicatif normal** : aucun carré multiplicatif d'ordres $n \geq 2$ n'est possible s'il contient tous les entiers consécutifs de 1 à n^2.

33) **Carré multiplicatif presque normal** : c'est un carré multiplicatif formé exclusivement d'entiers ≥ 1, tous différents deux à deux.
34) **Carré normal idéal** : c'est un carré normal qui possède une figure idéale.
35) **Carrés orthogonaux** : deux carrés A et B de même ordre sont orthogonaux si en superposant A sur B (ou B sur A), nous pouvons obtenir avec les nombres qui se superposent, des couples distincts de la forme (u ; v) où u est dans A (ou B) et v est dans B (ou A). Si, par exemple, nous déposons A sur B, alors pendant le déplacement de A, nous ne pouvons pas tourner A de 90° ou 180° ou …Plus précisément, les lignes du carré A, pendant son déplacement, doivent constamment rester parallèles aux lignes du carré B. Bien entendu, dès le départ, nous considérons les lignes du carré A parallèles à celles du carré B.
36) **Carrés permutés** : voir la première page de 14.14.
37) **Carré premier parfait :** carré magique tel que tous ses nombres soient des nombres premiers consécutifs.
38) **Carré premier ordinaire :** carré magique tel que tous ses nombres soient des nombres premiers quelconques. Nous dirons souvent **carré premier** au lieu de premier ordinaire.
39) **Carré presque magique-p** : carré semi-magique tel que sa diagonale principale soit une figure magique.
40) **Carré presque magique-s** : carré semi-magique tel que sa diagonale secondaire soit une figure magique.

41) **Carré semi-magique :** la somme de chaque rangée et de chaque colonne donne toujours le même objet S. Voir la définition de carré magique.
42) **Carré super-premier :** c'est un carré premier dont la somme magique est un nombre premier.
43) **Carré vertical :** c'est un carré magique presque normal d'ordre $n \geq 3$ tel que tous les entiers de chaque colonne se terminent par le même chiffre.
44) **Carré vertical-alpha** : voir 14.13, le premier encadré vert.
45) **Colonne tordue à gauche (à droite)** : c'est une figure magique telle que sa première case en haut et sa dernière case en bas se situent sur la colonne i tandis que ses autres cases se situent sur la colonne $i+1$ (colonne tordue à gauche) ou sur la colonne $i-1$ (colonne tordue à droite). Dans 10.5.1 du chapitre 10, le carré 4 de l'Octuor «12 P» contient une colonne tordue à gauche et une colonne tordue à droite.
46) **Cube magique parfait normal** : voir 13.6.
47) **Déficience d'un générateur** : voir 14.17, l'avant-dernier encadré vert.
48) E_n est l'espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ des carrés magiques d'ordre n formés de nombres réels.
49) **Équivalents d'un carré magique** : voir 23 du glossaire 1.
50) **Figure** : c'est un groupe de n cases distinctes dans un carré d'ordre n.
51) **Figure complète** : c'est une figure telle que ses cases se retrouvent une seule par rangée, par colonne et par grande diagonale. Tout carré d'ordre n > 3 possède une

figure complète (voir le problème 59 de 5.18, chapitre 5, partie 2 du livre). Voir aussi dans 14.17, des figures complètes pour les ordres 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10.

52) **Figure complète idéale :** c'est une figure complète qui renferme les n plus grands nombres du carré. Nous pouvons dire simplement **figure idéale**.
53) **Figure complète pandiagonale :** c'est une figure complète qui a une seule case dans chaque diagonale brisée.
54) **Figure idéale pandiagonale** : c'est une figure complète idéale et pandiagonale.
55) **Figure magique :** c'est une figure telle que la somme de ses cases donne la somme magique.
56) **Générateur :** c'est un carré idéal de somme T qui génère une infinité de carrés magiques de sommes consécutives $\geq T$.
57) **Intervalle de rencontres :** c'est l'intervalle dans lequel nous trouvons toutes les intersections des courbes représentatives des fonctions d'un carré fonctionnel.
58) **Intrus** : un **intrus** est un carré magique presque normal d'ordre $n \geq 3$ qui contient un nombre de nature différente de celle de tous les autres.
59) **Inverse d'un carré magique M :** c'est un carré magique M' tel que MM' = M'M = I, la matrice unité standard. **Voir l'annexe 4 : Réflexion sur les inverses.**
60) **Matrice unité standard :** c'est une matrice carrée qui renferme des 1 sur sa diagonale principale et des 0 partout ailleurs. Nous la notons I.
61) **Nœud :** c'est un point par lequel passent les n^2 courbes relatives à un carré fonctionnel.
62) **Nœud d'ordre k :** c'est un point par lequel passent k courbes relatives à un carré fonctionnel. Nous avons $2 \leq k \leq n^2$. Un nœud est aussi un nœud d'ordre n^2.
63) **Procédé AB^2 :** il arrive souvent que le produit matriciel ABB soit magique alors que AB ne l'est pas.
64) **Rencontres de type 1, 2 et 3 :** voir l'encadré vert de 12.4.
65) **Structure générale :** c'est un carré magique ou multiplicatif, d'ordre n, formé d'un certain nombre de variables libres et d'un certain nombre d'expressions formées de ces variables libres. Ces expressions sont linéaires pour le carré magique, ce qui n'est pas le cas pour le carré multiplicatif. La somme magique S est, en général, une variable libre de même que le produit magique P.
    C'est une «machine» à fabriquer des carrés magiques ou multiplicatifs.
    Il arrive souvent que tous les carrés issus d'une structure générale M forment un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$. Nous dirons que M représente cet espace vectoriel. Tous les carrés issus d'une structure générale M possèdent toutes les propriétés de M. **Voir l'annexe 1 : quelques structures générales.**
66) **Suite favorable** : suite de n^2 nombres premiers consécutifs susceptible de devenir une suite magique. Une suite qui n'est pas favorable ne peut pas devenir magique.
67) **Suite magique** : suite de n^2 nombres premiers consécutifs qui permet de construire un carré premier parfait.

68) **Super-générateur** : c'est un carré magique normal qui est un générateur. Un super-générateur nous permet donc de construire une infinité de carrés magiques presque normaux de sommes consécutives $\geq S$, la somme du carré normal.

Notations et symboles :

L'ensemble des entiers naturels $\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ...\}$ est représenté par $\mathbb{N}$.

L'ensemble des entiers est représenté par $\mathbb{Z}$.

L'ensemble des nombres rationnels est représenté par $\mathbb{Q}$.

L'ensemble des nombres réels est représenté par $\mathbb{R}$.

L'ensemble des nombres complexes est représenté par $\mathbb{C}$.

La notation R_* représente une rotation spatiale de 180° est-ouest.

La notation $R_*(A)$ est tout simplement R_* appliquée au carré A.

La notation $R^0(A)$ définit une rotation planaire de 0° du carré A.

La notation $R^1(A)$ définit une rotation planaire de 90° du carré A.

La notation $R^2(A)$ définit une rotation planaire de 180° du carré A.

La notation $R^3(A)$ définit une rotation planaire de 270° du carré A.

ALG-1 est l'algorithme qui permet de construire des carrés arithmétiques d'ordres impairs.

ALG-2 est l'algorithme qui permet de construire des carrés arithmétiques d'ordres pairs multiples de 4.

ALG-3 est l'algorithme qui permet de construire des carrés arithmétiques d'ordres pairs non multiples de 4.

Les nombres réels positifs sont les nombres réels > 0. Nous notons l'ensemble des réels positifs par $\mathbb{R}_+$.

Les nombres réels négatifs sont les nombres réels < 0. Nous notons l'ensemble des réels négatifs par $\mathbb{R}_-$.

L'ensemble $\mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ est l'ensemble des réels non négatifs. Nous pourrions le noter $\mathbb{R}_+^0$.

L'ensemble $\mathbb{R}_- \cup \{0\}$ est l'ensemble des réels non positifs. Nous pourrions le noter $\mathbb{R}_-^0$.

Si un ensemble E de nombres renferme 0, alors $E^* = E - \{0\}$. E^* est donc l'ensemble des nombres non nuls de E.

Par exemple, $\mathbb{Z}^*$ est l'ensemble des entiers non nuls.

Soit M, un carré magique et k, un nombre réel. Nous notons **M + k**, le carré M auquel nous avons ajouté le nombre k à chaque nombre situé dans chaque case de M. En d'autres mots, si A est le carré trivial formé du nombre k, alors M + k = M + A.