

Annexe 33 : 24 permutations d'où 24 carrés d'ordre 10

Voici un très bel ensemble formé de vingt-quatre carrés magiques qui possèdent tous des propriétés remarquables!

1. Ce sont des carrés magiques d'ordre 10.
2. Ils sont tous différents.
3. Ils sont tous presque normaux.
4. Tous ces carrés sont formés d'entiers de quatre chiffres; nous conviendrons, par exemple, que l'entier 497 doit s'écrire 0497 et que l'entier 17 doit s'écrire 0017. Dans chaque carré, nous trouvons dix tels entiers (un par rangée).
5. Ces vingt-quatre carrés magiques ont tous la même somme magique soit 49 995.
6. Dans tous ces carrés, sur chaque rangée, chaque colonne et chaque grande diagonale, on retrouve quatre fois chaque chiffre de 0 à 9.
7. Si nous choisissons deux carrés quelconques F et G, alors deux nombres qui occupent la même position dans F et dans G, possèdent exactement les mêmes quatre chiffres.
8. Si nous choisissons deux carrés quelconques F et G, alors on peut toujours trouver une permutation de quatre chiffres qui appliquée aux cent entiers de F donnera G.
9. On peut partager ces vingt-quatre carrés magiques en trois groupes disjoints de huit carrés. Dans le **groupe 1**, les huit carrés ont la propriété suivante : si deux entiers sont symétriques par rapport au centre du carré alors, si l'un s'écrit abcd, l'autre s'écrit cdab. Dans le **groupe 2**, les huit carrés ont la propriété suivante : si deux entiers sont symétriques par rapport au centre du carré, alors, si l'un s'écrit abcd, l'autre s'écrit dcba. Le centre du carré joue donc le rôle de parfait miroir. Enfin dans le **groupe 3**, les huit carrés ont la propriété suivante : si deux entiers sont symétriques par rapport au centre du carré, alors, si l'un s'écrit abcd, l'autre s'écrit badc.
10. Dans chaque groupe, on trouve deux carrés magiques primitifs H et K, chacun étant accompagné de trois équivalents soit celui obtenu par une rotation de 90° de H, une rotation de 180° de H et une rotation de 270° de H. Il en est de même pour K.

Quels sont donc ces vingt-quatre carrés magiques? Comment pouvons-nous les fabriquer?

D'abord, nous avons construit un carré d'ordre 10 à l'aide de dix variables différentes, dans lequel toutes les variables apparaissent une et une seule fois dans chaque rangée, chaque colonne et chaque grande diagonale. Ce carré, appelé **carré latin diagonal**, est donc magique. Appelons A ce carré. Nous avons obtenu B par une rotation de A de 90°, M par une rotation de A de 180° et P par une rotation de A de 270°. Puis, nous avons construit le carré :

$$1000A + 100B + 10M + P$$

lequel est magique. Nous avons observé que ce carré magique d'ordre 10 renferme cent entiers positifs différents. C'est le premier carré du groupe 1, page 5.

Voici A : pour le trouver, nous avons d'abord rempli les deux grandes diagonales puis nous avons complété le carré ligne par ligne avec une grande prudence. Nous avons obtenu B, M et P avec les rotations de A de $90^\circ, 180^\circ$ et 270° :

$$A = \begin{matrix} a & f & g & h & b & c & m & p & k & n \\ c & b & h & p & f & a & n & g & m & k \\ f & n & c & m & p & b & a & k & g & h \\ g & m & k & f & c & n & h & a & p & b \\ h & k & m & n & g & p & b & c & a & f \\ k & g & n & b & a & h & p & f & c & m \\ m & a & p & g & n & f & k & b & h & c \\ n & p & f & k & h & g & c & m & b & a \\ p & c & b & a & k & m & f & h & n & g \\ b & h & a & c & m & k & g & n & f & p \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} n & k & h & b & f & m & c & a & g & p \\ k & m & g & p & a & c & h & b & n & f \\ p & g & k & a & c & f & b & m & h & n \\ m & n & a & h & b & p & k & c & f & g \\ c & a & b & n & p & h & f & g & m & k \\ b & f & p & c & g & a & n & h & k & m \\ h & p & m & f & n & b & g & k & a & c \\ g & h & c & k & m & n & p & f & b & a \\ f & b & n & m & k & g & a & p & c & h \\ a & c & f & g & h & k & m & n & p & b \end{matrix}$$

$$M = \begin{matrix} p & f & n & g & k & m & c & a & h & b \\ g & n & h & f & m & k & a & b & c & p \\ a & b & m & c & g & h & k & f & p & n \\ c & h & b & k & f & n & g & p & a & m \\ m & c & f & p & h & a & b & n & g & k \\ f & a & c & b & p & g & n & m & k & h \\ b & p & a & h & n & c & f & k & m & g \\ h & g & k & a & b & p & m & c & n & f \\ k & m & g & n & a & f & p & h & b & c \\ n & k & p & m & c & b & h & g & f & a \end{matrix}$$

$$P = \begin{matrix} b & p & n & m & k & h & g & f & c & a \\ h & c & p & a & g & k & m & n & b & f \\ a & b & f & p & n & m & k & c & h & g \\ c & a & k & g & b & n & f & m & p & h \\ m & k & h & n & a & g & c & p & f & b \\ k & m & g & f & h & p & n & b & a & c \\ g & f & c & k & p & b & h & a & n & m \\ n & h & m & b & f & c & a & k & g & p \\ f & n & b & h & c & a & p & g & m & k \\ p & g & a & c & m & f & b & h & k & n \end{matrix}$$

En posant : $a = 0; f = 1; g = 2; h = 3; b = 4; c = 5; m = 6; p = 7; k = 8; n = 9$, nous obtenons :

$$A = \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 3 & 7 & 1 & 0 & 9 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 9 & 5 & 6 & 7 & 4 & 0 & 8 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 8 & 1 & 5 & 9 & 3 & 0 & 7 & 4 \\ 3 & 8 & 6 & 9 & 2 & 7 & 4 & 5 & 0 & 1 \\ 8 & 2 & 9 & 4 & 0 & 3 & 7 & 1 & 5 & 6 \\ 6 & 0 & 7 & 2 & 9 & 1 & 8 & 4 & 3 & 5 \\ 9 & 7 & 1 & 8 & 3 & 2 & 5 & 6 & 4 & 0 \\ 7 & 5 & 4 & 0 & 8 & 6 & 1 & 3 & 9 & 2 \\ 4 & 3 & 0 & 5 & 6 & 8 & 2 & 9 & 1 & 7 \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} 9 & 8 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 0 & 2 & 7 \\ 8 & 6 & 2 & 7 & 0 & 5 & 3 & 4 & 9 & 1 \\ 7 & 2 & 8 & 0 & 5 & 1 & 4 & 6 & 3 & 9 \\ 6 & 9 & 0 & 3 & 4 & 7 & 8 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 4 & 9 & 7 & 3 & 1 & 2 & 6 & 8 \\ 4 & 1 & 7 & 5 & 2 & 0 & 9 & 3 & 8 & 6 \\ 3 & 7 & 6 & 1 & 9 & 4 & 2 & 8 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 8 & 6 & 9 & 7 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 4 & 9 & 6 & 8 & 2 & 0 & 7 & 5 & 3 \\ 0 & 5 & 1 & 2 & 3 & 8 & 6 & 9 & 7 & 4 \end{matrix}$$

$$M = \begin{matrix} 7 & 1 & 9 & 2 & 8 & 6 & 5 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 9 & 3 & 1 & 6 & 8 & 0 & 4 & 5 & 7 \\ 0 & 4 & 6 & 5 & 2 & 3 & 8 & 1 & 7 & 9 \\ 5 & 3 & 4 & 8 & 1 & 9 & 2 & 7 & 0 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 7 & 3 & 0 & 4 & 9 & 2 & 8 \\ 1 & 0 & 5 & 4 & 7 & 2 & 9 & 6 & 8 & 3 \\ 4 & 7 & 0 & 3 & 9 & 5 & 1 & 8 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & 8 & 0 & 4 & 7 & 6 & 5 & 9 & 1 \\ 8 & 6 & 2 & 9 & 0 & 1 & 7 & 3 & 4 & 5 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{matrix}$$

$$P = \begin{matrix} 4 & 7 & 9 & 6 & 8 & 3 & 2 & 1 & 5 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 2 & 8 & 6 & 9 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 7 & 9 & 6 & 8 & 5 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & 8 & 2 & 4 & 9 & 1 & 6 & 7 & 3 \\ 6 & 8 & 3 & 9 & 0 & 2 & 5 & 7 & 1 & 4 \\ 8 & 6 & 2 & 1 & 3 & 7 & 9 & 4 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 5 & 8 & 7 & 4 & 3 & 0 & 9 & 6 \\ 9 & 3 & 6 & 4 & 1 & 5 & 0 & 8 & 2 & 7 \\ 1 & 9 & 4 & 3 & 5 & 0 & 7 & 2 & 6 & 8 \\ 7 & 2 & 0 & 5 & 6 & 1 & 4 & 3 & 8 & 9 \end{matrix}$$

Suivent les vingt-quatre carrés en trois groupes de huit, voir la propriété 9 ci-haut :

GRUPE 1 :

$ab\ cd \rightarrow cd\ ab$

1000A + 100B + 10M + P

1000A + 100P + 10M + B

1000B + 100A + 10P + M

1000B + 100M + 10P + A

1000M + 100B + 10A + P

1000M + 100P + 10A + B

1000P + 100A + 10B + M

1000P + 100M + 10B + A

GRUPE 2 :

$ab\ cd \rightarrow dc\ ba$

1000A + 100B + 10P + M

1000A + 100P + 10B + M

1000B + 100A + 10M + P

1000B + 100M + 10A + P

1000M + 100B + 10P + A

1000M + 100P + 10B + A

1000P + 100A + 10M + B

1000P + 100M + 10A + B

GRUPE 3 :

$ab\ cd \rightarrow ba\ dc$

1000A + 100M + 10B + P

1000A + 100M + 10P + B

1000B + 100P + 10A + M

1000B + 100P + 10M + A

1000M + 100A + 10B + P

1000M + 100A + 10P + B

1000P + 100B + 10A + M

1000P + 100B + 10M + A

GRUPE 1

974	1817	2399	3426	4188	5663	6552	7001	8235	9740
5823	4695	3237	7710	1062	588	9306	2449	6954	8171
1700	9244	5861	6057	7529	4136	488	8615	2373	3992
2655	6930	8048	1382	5414	9799	3821	576	7107	4263
3566	8058	6413	9979	2730	7302	4145	5297	621	1884
8418	2106	9752	4541	273	3027	7999	1364	5880	6635
6342	771	7605	2138	9997	1454	8213	4880	3069	5526
9239	7323	1586	8804	3641	2975	5760	6158	4492	17
7181	5469	4924	693	8805	6210	1077	3732	9546	2358
4097	3582	170	5265	6356	8841	2634	9923	1718	7409
479	1718	2993	3624	4881	5366	6255	7100	8532	9047
5328	4596	3732	7017	1260	885	9603	2944	6459	8171
1007	9442	5168	6750	7925	4631	884	8516	2373	3299
2556	6039	8840	1283	5414	9997	3128	675	7701	4362
3665	8850	6314	9979	2037	7203	4541	5792	126	1488
8814	2601	9257	4145	372	3720	7999	1463	5088	6536
6243	177	7506	2831	9799	1454	8312	4088	3960	5625
9932	7323	1685	8408	3146	2579	5067	6851	4294	710
7181	5964	4429	396	8508	6012	1770	3237	9645	2853
4790	3285	71	5562	6653	8148	2436	9329	1817	7904
9047	8171	3299	4362	1488	6536	5625	710	2853	7904
8532	6459	2373	7701	126	5088	3960	4294	9645	1817
7100	2944	8516	675	5792	1463	4088	6851	3237	9329
6255	9603	884	3128	4541	7999	8312	5067	1770	2436
5366	885	4631	9997	7203	3720	1454	2579	6012	8148
4881	1260	7925	5414	2037	372	9799	3146	8508	6653
3624	7017	6750	1283	9979	4145	2831	8408	396	5562
2993	3732	5168	8840	6314	9257	7506	1685	4429	71
1718	4596	9442	6039	8850	2601	177	7323	5964	3285
479	5328	1007	2556	3665	8814	6243	9932	7181	4790
9740	8171	3992	4263	1884	6635	5526	17	2358	7409
8235	6954	2373	7107	621	5880	3069	4492	9546	1718
7001	2449	8615	576	5297	1364	4880	6158	3732	9923
6552	9306	488	3821	4145	7999	8213	5760	1077	2634
5663	588	4136	9799	7302	3027	1454	2975	6210	8841
4188	1062	7529	5414	2730	273	9997	3641	8805	6356
3426	7710	6057	1382	9979	4541	2138	8804	693	5265
2399	3237	5861	8048	6413	9752	7605	1586	4924	170
1817	4695	9244	6930	8058	2106	771	7323	5469	3582
974	5823	1700	2655	3566	8418	6342	9239	7181	4097

7904	1817	9329	2436	8148	6653	5562	71	3285	4790
2853	9645	3237	1770	6012	8508	396	4429	5964	7181
710	4294	6851	5067	2579	3146	8408	1685	7323	9932
5625	3960	4088	8312	1454	9799	2831	7506	177	6243
6536	5088	1463	7999	3720	372	4145	9257	2601	8814
1488	126	5792	4541	7203	2037	9979	6314	8850	3665
4362	7701	675	3128	9997	5414	1283	8840	6039	2556
3299	2373	8516	884	4631	7925	6750	5168	9442	1007
8171	6459	2944	9603	885	1260	7017	3732	4596	5328
9047	8532	7100	6255	5366	4881	3624	2993	1718	479
7409	1718	9923	2634	8841	6356	5265	170	3582	4097
2358	9546	3732	1077	6210	8805	693	4924	5469	7181
17	4492	6158	5760	2975	3641	8804	1586	7323	9239
5526	3069	4880	8213	1454	9997	2138	7605	771	6342
6635	5880	1364	7999	3027	273	4541	9752	2106	8418
1884	621	5297	4145	7302	2730	9979	6413	8058	3566
4263	7107	576	3821	9799	5414	1382	8048	6930	2655
3992	2373	8615	488	4136	7529	6057	5861	9244	1700
8171	6954	2449	9306	588	1062	7710	3237	4695	5823
9740	8235	7001	6552	5663	4188	3426	2399	1817	974
4097	7181	9239	6342	8418	3566	2655	1700	5823	974
3582	5469	7323	771	2106	8058	6930	9244	4695	1817
170	4924	1586	7605	9752	6413	8048	5861	3237	2399
5265	693	8804	2138	4541	9979	1382	6057	7710	3426
6356	8805	3641	9997	273	2730	5414	7529	1062	4188
8841	6210	2975	1454	3027	7302	9799	4136	588	5663
2634	1077	5760	8213	7999	4145	3821	488	9306	6552
9923	3732	6158	4880	1364	5297	576	8615	2449	7001
1718	9546	4492	3069	5880	621	7107	2373	6954	8235
7409	2358	17	5526	6635	1884	4263	3992	8171	9740
4790	7181	9932	6243	8814	3665	2556	1007	5328	479
3285	5964	7323	177	2601	8850	6039	9442	4596	1718
71	4429	1685	7506	9257	6314	8840	5168	3732	2993
5562	396	8408	2831	4145	9979	1283	6750	7017	3624
6653	8508	3146	9799	372	2037	5414	7925	1260	4881
8148	6012	2579	1454	3720	7203	9997	4631	885	5366
2436	1770	5067	8312	7999	4541	3128	884	9603	6255
9329	3237	6851	4088	1463	5792	675	8516	2944	7100
1817	9645	4294	3960	5088	126	7701	2373	6459	8532
7904	2853	710	5625	6536	1488	4362	3299	8171	9047

GRUPE 2

947	1871	2399	3462	4188	5636	6525	7010	8253	9704
5832	4659	3273	7701	1026	588	9360	2494	6945	8117
1700	9244	5816	6075	7592	4163	488	8651	2337	3929
2655	6903	8084	1328	5441	9799	3812	567	7170	4236
3566	8085	6431	9997	2703	7320	4154	5279	612	1848
8481	2160	9725	4514	237	3072	7999	1346	5808	6653
6324	717	7650	2183	9979	1445	8231	4808	3096	5562
9293	7332	1568	8840	3614	2957	5706	6185	4429	71
7118	5496	4942	639	8850	6201	1077	3723	9564	2385
4079	3528	107	5256	6365	8814	2643	9932	1781	7490
497	1781	2939	3642	4818	5366	6255	7100	8523	9074
5382	4569	3723	7071	1206	858	9630	2944	6495	8117
1070	9424	5186	6705	7952	4613	848	8561	2337	3299
2565	6093	8804	1238	5441	9979	3182	657	7710	4326
3656	8805	6341	9997	2073	7230	4514	5729	162	1488
8841	2610	9275	4154	327	3702	7999	1436	5088	6563
6234	177	7560	2813	9799	1445	8321	4088	3906	5652
9923	7332	1658	8480	3164	2597	5076	6815	4249	701
7118	5946	4492	369	8580	6021	1707	3273	9654	2835
4709	3258	17	5526	6635	8184	2463	9392	1871	7940
9074	8117	3299	4326	1488	6563	5652	701	2835	7940
8523	6495	2337	7710	162	5088	3906	4249	9654	1871
7100	2944	8561	657	5729	1436	4088	6815	3273	9392
6255	9630	848	3182	4514	7999	8321	5076	1707	2463
5366	858	4613	9979	7230	3702	1445	2597	6021	8184
4818	1206	7952	5441	2073	327	9799	3164	8580	6635
3642	7071	6705	1238	9997	4154	2813	8480	369	5526
2939	3723	5186	8804	6341	9275	7560	1658	4492	17
1781	4569	9424	6093	8805	2610	177	7332	5946	3258
497	5382	1070	2565	3656	8841	6234	9923	7118	4709
9704	8117	3929	4236	1848	6653	5562	71	2385	7490
8253	6945	2337	7170	612	5808	3096	4429	9564	1781
7010	2494	8651	567	5279	1346	4808	6185	3723	9932
6525	9360	488	3812	4154	7999	8231	5706	1077	2643
5636	588	4163	9799	7320	3072	1445	2957	6201	8814
4188	1026	7592	5441	2703	237	9979	3614	8850	6365
3462	7701	6075	1328	9997	4514	2183	8840	639	5256
2399	3273	5816	8084	6431	9725	7650	1568	4942	107
1871	4659	9244	6903	8085	2160	717	7332	5496	3528
947	5832	1700	2655	3566	8481	6324	9293	7118	4079

7940	1871	9392	2463	8184	6635	5526	17	3258	4709
2835	9654	3273	1707	6021	8580	369	4492	5946	7118
701	4249	6815	5076	2597	3164	8480	1658	7332	9923
5652	3906	4088	8321	1445	9799	2813	7560	177	6234
6563	5088	1436	7999	3702	327	4154	9275	2610	8841
1488	162	5729	4514	7230	2073	9997	6341	8805	3656
4326	7710	657	3182	9979	5441	1238	8804	6093	2565
3299	2337	8561	848	4613	7952	6705	5186	9424	1070
8117	6495	2944	9630	858	1206	7071	3723	4569	5382
9074	8523	7100	6255	5366	4818	3642	2939	1781	497
7490	1781	9932	2643	8814	6365	5256	107	3528	4079
2385	9564	3723	1077	6201	8850	639	4942	5496	7118
71	4429	6185	5706	2957	3614	8840	1568	7332	9293
5562	3096	4808	8231	1445	9979	2183	7650	717	6324
6653	5808	1346	7999	3072	237	4514	9725	2160	8481
1848	612	5279	4154	7320	2703	9997	6431	8085	3566
4236	7170	567	3812	9799	5441	1328	8084	6903	2655
3929	2337	8651	488	4163	7592	6075	5816	9244	1700
8117	6945	2494	9360	588	1026	7701	3273	4659	5832
9704	8253	7010	6525	5636	4188	3462	2399	1871	947
4079	7118	9293	6324	8481	3566	2655	1700	5832	947
3528	5496	7332	717	2160	8085	6903	9244	4659	1871
107	4942	1568	7650	9725	6431	8084	5816	3273	2399
5256	639	8840	2183	4514	9997	1328	6075	7701	3462
6365	8850	3614	9979	237	2703	5441	7592	1026	4188
8814	6201	2957	1445	3072	7320	9799	4163	588	5636
2643	1077	5706	8231	7999	4154	3812	488	9360	6525
9932	3723	6185	4808	1346	5279	567	8651	2494	7010
1781	9564	4429	3096	5808	612	7170	2337	6945	8253
7490	2385	71	5562	6653	1848	4236	3929	8117	9704
4709	7118	9923	6234	8841	3656	2565	1070	5382	497
3258	5946	7332	177	2610	8805	6093	9424	4569	1781
17	4492	1658	7560	9275	6341	8804	5186	3723	2939
5526	369	8480	2813	4154	9997	1238	6705	7071	3642
6635	8580	3164	9799	327	2073	5441	7952	1206	4818
8184	6021	2597	1445	3702	7230	9979	4613	858	5366
2463	1707	5076	8321	7999	4514	3182	848	9630	6255
9392	3273	6815	4088	1436	5729	657	8561	2944	7100
1871	9654	4249	3906	5088	162	7710	2337	6495	8523
7940	2835	701	5652	6563	1488	4326	3299	8117	9074

GRUPE 3

794	1187	2939	3246	4818	5663	6552	7001	8325	9470
5283	4965	3327	7170	1602	858	9036	2449	6594	8711
1070	9424	5681	6507	7259	4316	848	8165	2733	3992
2565	6390	8408	1832	5144	9979	3281	756	7017	4623
3656	8508	6143	9799	2370	7032	4415	5927	261	1884
8148	2016	9572	4451	723	3207	7999	1634	5880	6365
6432	771	7065	2318	9997	1544	8123	4880	3609	5256
9329	7233	1856	8084	3461	2795	5670	6518	4942	107
7811	5649	4294	963	8085	6120	1707	3372	9456	2538
4907	3852	710	5625	6536	8481	2364	9293	1178	7049
749	1178	2993	3264	4881	5636	6525	7010	8352	9407
5238	4956	3372	7107	1620	885	9063	2494	6549	8711
1007	9442	5618	6570	7295	4361	884	8156	2733	3929
2556	6309	8480	1823	5144	9997	3218	765	7071	4632
3665	8580	6134	9799	2307	7023	4451	5972	216	1848
8184	2061	9527	4415	732	3270	7999	1643	5808	6356
6423	717	7056	2381	9979	1544	8132	4808	3690	5265
9392	7233	1865	8048	3416	2759	5607	6581	4924	170
7811	5694	4249	936	8058	6102	1770	3327	9465	2583
4970	3825	701	5652	6563	8418	2346	9239	1187	7094
9407	8711	3929	4632	1848	6356	5265	170	2583	7094
8352	6549	2733	7071	216	5808	3690	4924	9465	1187
7010	2494	8156	765	5972	1643	4808	6581	3327	9239
6525	9063	884	3218	4451	7999	8132	5607	1770	2346
5636	885	4361	9997	7023	3270	1544	2759	6102	8418
4881	1620	7295	5144	2307	732	9979	3416	8058	6563
3264	7107	6570	1823	9799	4415	2381	8048	936	5652
2993	3372	5618	8480	6134	9527	7056	1865	4249	701
1178	4956	9442	6309	8580	2061	717	7233	5694	3825
749	5238	1007	2556	3665	8184	6423	9392	7811	4970
9470	8711	3992	4623	1884	6365	5256	107	2538	7049
8325	6594	2733	7017	261	5880	3609	4942	9456	1178
7001	2449	8165	756	5927	1634	4880	6518	3372	9293
6552	9036	848	3281	4415	7999	8123	5670	1707	2364
5663	858	4316	9979	7032	3207	1544	2795	6120	8481
4818	1602	7259	5144	2370	723	9997	3461	8085	6536
3246	7170	6507	1832	9799	4451	2318	8084	963	5625
2939	3327	5681	8408	6143	9572	7065	1856	4294	710
1187	4965	9424	6390	8508	2016	771	7233	5649	3852
794	5283	1070	2565	3656	8148	6432	9329	7811	4907

7094	1187	9239	2346	8418	6563	5652	701	3825	4970
2583	9465	3327	1770	6102	8058	936	4249	5694	7811
170	4924	6581	5607	2759	3416	8048	1865	7233	9392
5265	3690	4808	8132	1544	9979	2381	7056	717	6423
6356	5808	1643	7999	3270	732	4415	9527	2061	8184
1848	216	5972	4451	7023	2307	9799	6134	8580	3665
4632	7071	765	3218	9997	5144	1823	8480	6309	2556
3929	2733	8156	884	4361	7295	6570	5618	9442	1007
8711	6549	2494	9063	885	1620	7107	3372	4956	5238
9407	8352	7010	6525	5636	4881	3264	2993	1178	749
7049	1178	9293	2364	8481	6536	5625	710	3852	4907
2538	9456	3372	1707	6120	8085	963	4294	5649	7811
107	4942	6518	5670	2795	3461	8084	1856	7233	9329
5256	3609	4880	8123	1544	9997	2318	7065	771	6432
6365	5880	1634	7999	3207	723	4451	9572	2016	8148
1884	261	5927	4415	7032	2370	9799	6143	8508	3656
4623	7017	756	3281	9979	5144	1832	8408	6390	2565
3992	2733	8165	848	4316	7259	6507	5681	9424	1070
8711	6594	2449	9036	858	1602	7170	3327	4965	5283
9470	8325	7001	6552	5663	4818	3246	2939	1187	794
4907	7811	9329	6432	8148	3656	2565	1070	5283	794
3852	5649	7233	771	2016	8508	6390	9424	4965	1187
710	4294	1856	7065	9572	6143	8408	5681	3327	2939
5625	963	8084	2318	4451	9799	1832	6507	7170	3246
6536	8085	3461	9997	723	2370	5144	7259	1602	4818
8481	6120	2795	1544	3207	7032	9979	4316	858	5663
2364	1707	5670	8123	7999	4415	3281	848	9036	6552
9293	3372	6518	4880	1634	5927	756	8165	2449	7001
1178	9456	4942	3609	5880	261	7017	2733	6594	8325
7049	2538	107	5256	6365	1884	4623	3992	8711	9470
4970	7811	9392	6423	8184	3665	2556	1007	5238	749
3825	5694	7233	717	2061	8580	6309	9442	4956	1178
701	4249	1865	7056	9527	6134	8480	5618	3372	2993
5652	936	8048	2381	4415	9799	1823	6570	7107	3264
6563	8058	3416	9979	732	2307	5144	7295	1620	4881
8418	6102	2759	1544	3270	7023	9997	4361	885	5636
2346	1770	5607	8132	7999	4451	3218	884	9063	6525
9239	3327	6581	4808	1643	5972	765	8156	2494	7010
1187	9465	4924	3690	5808	216	7071	2733	6549	8352
7094	2583	170	5265	6356	1848	4632	3929	8711	9407