

## Annexe 28 : Une autre structure générale pour les Dürer

Nous avons présenté au chapitre 5, section 5.4, une structure générale pour les carrés Dürer.

$$(2.1) \quad \left( \begin{array}{cccc} a & b & c & S-a-b-c \\ d & S-a-b-d & f & a+b-f \\ S-2a-b-c-d+f+g & g & a+b+d-f-g & a+c-g \\ a+b+c-f-g & a+d-g & S-a-b-c-d+g & -a+f+g \end{array} \right)$$

Structure générale des Dürer

Celle-ci est un Dürer et tout carré Dürer provient de cette structure. Mais cette structure générale n'est pas unique. Suite à un spectacle d'un certain magicien, nous avons construit une autre structure générale pour les Dürer que voici :

$$(*) \quad \left( \begin{array}{cccc} A & B & C & T-A-B-C \\ E+F-A & T-B-E-F & A+B-D & D \\ T-C-D-F & E & D+F-A & A+C-E \\ C+D-E & F & T-B-C-F & B-D+E \end{array} \right)$$

Autre structure générale des Dürer

Dans (2.1), la somme magique est  $S$  et dans (\*), la somme magique est  $T$ . Nous allons montrer que ces deux structures sont équivalentes c'est-à-dire que chacune génère les mêmes carrés Dürer. Notons ici que la structure (\*) a été construite de façon à obtenir les variables  $A, B, C, D, E$  et  $F$  dans des cases choisies à l'avance. Nous les voulions là où elles sont!!!

Si dans (2.1), nous posons :

$$a = A, b = B, c = C, d = E + F - A, f = A + B - D, g = E, S = T, \text{ alors nous obtenons } (*).$$

Si dans (\*), nous posons :

$$A = a, B = b, C = c, D = a + b - f, E = g, F = a + d - g, T = S, \text{ alors nous obtenons } (2.1).$$

Les structures générales (2.1) et (\*) sont équivalentes; chacune génère tous les Dürer.

Voici une observation très intéressante :

La structure (\*) est plus simple que la structure (2.1)!!!

Dans toutes les cases de (\*), nous trouvons des expressions linéaires de 1, 3 et 4 variables alors que dans toutes les cases de (2.1), nous trouvons des expressions linéaires de 1, 3, 4, 5, 6 et 7 variables.

49 lettres dans (2.1) versus 40 lettres dans (\*)!!!

Revenons à notre magicien qui nous présente ce carré 4x4 dans lequel il placera 16 entiers.

A	B	C	W
(1)	X	(3)	D
Y	E	(4)	(5)
(2)	F	Z	(6)

- a) Le magicien doit obtenir du public et ce, de façon aléatoire, les valeurs de A, B, C, D, E, F et  $T$ , la somme magique. Ces sept valeurs déterminent de façon unique, le carré Dürer.
- b) Le magicien peut trouver immédiatement les valeurs de W, X, Y et Z. En effet :

$$W = T - A - B - C; \quad X = T - B - E - F; \quad Y = T - C - D - F; \quad Z = T - B - C - F$$

Voir les propriétés des Dürer section 5.4 du chapitre 5, Partie 2.

- c) Le magicien peut aussi trouver les valeurs de (1), (2), (3), (4), (5) et (6). En effet :  
(1) =  $T - A - B - X$ ; (2) =  $T - Y - E - F$ ; etc...
- d) L'assistant du magicien peut aussi calculer les valeurs de c) puis les placer discrètement dans les cases notées de (1) à (6). Cela donne l'impression que les valeurs de (1) à (6) étaient déjà dans le carré depuis le début, ce qui est évidemment faux!!!

