

Annexe 25 : Suite arithmétique dans un carré magique

Rappelons comment construire un carré magique M^* d'ordre $n \geq 3$ à partir d'une suite arithmétique de premier terme A et de raison $R \neq 0$, formée de n^2 nombres :

$$A ; A+R ; A+2R ; A+3R ; \dots ; A+(n^2-1)R$$

- 1) Vous construisez un carré magique normal M d'ordre n . (Voir le chapitre 11)
- 2) Vous enlevez le nombre 1 dans chaque case du carré M pour obtenir le carré M' :

$$M' = M - 1$$

- 3) Vous multipliez ensuite M' par la raison R pour obtenir le carré M'' :

$$M'' = R M' = R M - R$$

- 4) Vous ajoutez le nombre A dans chaque case du carré M'' :

- 5) Finalement, nous avons :

$$M^* = (A - R) + R M$$

De façon équivalente, dans les fichiers «Ordre 3» à «Ordre 24» de MATHEMATICA ou «Ordre 3» à «Ordre 32» d'EXCEL, vous pouvez poser :

$$a = A ; r = R ; t = n R$$

Soit donnée une suite arithmétique non triviale de premier terme A et de raison R formée de n^2 nombres. Si M est un carré magique normal d'ordre n , alors le carré magique

$$(A - R) + R M$$

renferme les n^2 nombres de la suite.

Exemple 1 :

La suite arithmétique est : 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23; 26; 29 donc $A = 5$ et $R = 3$. Le carré normal est :

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix} \text{ d'où } (A - R) + RM = (5 - 3) + 3M = \begin{pmatrix} 14 & 29 & 8 \\ 11 & 17 & 23 \\ 26 & 5 & 20 \end{pmatrix}.$$

Exemple 2 :

La suite arithmétique est : 20; 18; 16; 14; 12; 10; 8; 6; 4 donc $A = 20$ et $R = -2$. Le carré normal est le même que dans l'exemple précédent.

Le carré cherché est :

$$(A - R) + RM = 22 - 2M = \begin{pmatrix} 14 & 4 & 18 \\ 16 & 12 & 8 \\ 6 & 20 & 10 \end{pmatrix}.$$