Annexe 16 : Structure générale des hyper-magiques d'ordre 10

$$\begin{array}{c}
\mathrm{a1} \\
\mathrm{a10} \\
\mathrm{a19} \\
\mathrm{a28} \\
-\mathrm{a1}-\mathrm{a10}-\mathrm{a19}-\mathrm{a2}-\mathrm{a28}-\mathrm{a3}-\mathrm{a4}-\mathrm{a5}+\frac{9S}{10} \\
\mathrm{a1}+2\mathrm{a2}+2\mathrm{a3}+2\mathrm{a4}+2\mathrm{a5}-\frac{4S}{5} \\
\mathrm{a10}-2\mathrm{a2}-2\mathrm{a3}-2\mathrm{a4}-2\mathrm{a5}+\frac{4S}{5} \\
\mathrm{a19}+2\mathrm{a2}+2\mathrm{a3}+2\mathrm{a4}+2\mathrm{a5}-\frac{4S}{5} \\
-2\mathrm{a2}+\mathrm{a28}-2\mathrm{a3}-2\mathrm{a4}-2\mathrm{a5}+\frac{4S}{5} \\
-\mathrm{a1}-\mathrm{a10}-\mathrm{a19}+\mathrm{a2}-\mathrm{a28}+\mathrm{a3}+\mathrm{a4}+\mathrm{a5}+\frac{S}{10}
\end{array}$$

Colonne 1

$$\begin{array}{c}
\mathrm{a2} \\
-\mathrm{a1}-\mathrm{a10}-\mathrm{a2}+\frac{2S}{5} \\
\mathrm{a1}-\mathrm{a19}+\mathrm{a2} \\
-\mathrm{a1}-\mathrm{a2}-\mathrm{a28}+\frac{2S}{5} \\
2\mathrm{a1}+\mathrm{a10}+\mathrm{a19}+2\mathrm{a2}+\mathrm{a28}+\mathrm{a3}+\mathrm{a4}+\mathrm{a5}-\frac{9S}{10} \\
-2\mathrm{a1}-3\mathrm{a2}-2\mathrm{a3}-2\mathrm{a4}-2\mathrm{a5}+\frac{6S}{5} \\
\mathrm{a1}-\mathrm{a10}+3\mathrm{a2}+2\mathrm{a3}+2\mathrm{a4}+2\mathrm{a5}-\frac{4S}{5} \\
-\mathrm{a1}-\mathrm{a19}-3\mathrm{a2}-2\mathrm{a3}-2\mathrm{a4}-2\mathrm{a5}+\frac{6S}{5} \\
\mathrm{a1}+3\mathrm{a2}-\mathrm{a28}+2\mathrm{a3}+2\mathrm{a4}+2\mathrm{a5}-\frac{4S}{5} \\
\mathrm{a10}+\mathrm{a19}-2\mathrm{a2}+\mathrm{a28}-\mathrm{a3}-\mathrm{a4}-\mathrm{a5}+\frac{3S}{10}
\end{array}$$

Colonne 2

$$\begin{array}{c}
\mathrm{a3} \\
\mathrm{a1}+\mathrm{a10}-\mathrm{a3} \\
-\mathrm{a1}+\mathrm{a19}+\mathrm{a3} \\
\mathrm{a1}+\mathrm{a28}-\mathrm{a3} \\
-2\mathrm{a1}-\mathrm{a10}-\mathrm{a19}-\mathrm{a2}-\mathrm{a28}-\mathrm{a4}-\mathrm{a5}+\frac{9S}{10} \\
2\mathrm{a1}+2\mathrm{a2}+\mathrm{a3}+2\mathrm{a4}+2\mathrm{a5}-\frac{4S}{5} \\
-\mathrm{a1}+\mathrm{a10}-2\mathrm{a2}-\mathrm{a3}-2\mathrm{a4}-2\mathrm{a5}+\frac{4S}{5} \\
\mathrm{a1}+\mathrm{a19}+2\mathrm{a2}+\mathrm{a3}+2\mathrm{a4}+2\mathrm{a5}-\frac{4S}{5} \\
-\mathrm{a1}-2\mathrm{a2}+\mathrm{a28}-\mathrm{a3}-2\mathrm{a4}-2\mathrm{a5}+\frac{4S}{5} \\
-\mathrm{a10}-\mathrm{a19}+\mathrm{a2}-\mathrm{a28}+\mathrm{a4}+\mathrm{a5}+\frac{S}{10}
\end{array}$$

Colonne 3

$$\begin{array}{c}
\mathrm{a4} \\
-\mathrm{a1}-\mathrm{a10}-\mathrm{a4}+\frac{2S}{5} \\
\mathrm{a1}-\mathrm{a19}+\mathrm{a4} \\
-\mathrm{a1}-\mathrm{a28}-\mathrm{a4}+\frac{2S}{5} \\
2\mathrm{a1}+\mathrm{a10}+\mathrm{a19}+\mathrm{a2}+\mathrm{a28}+\mathrm{a3}+2\mathrm{a4}+\mathrm{a5}-\frac{9S}{10} \\
-2\mathrm{a1}-2\mathrm{a2}-2\mathrm{a3}-3\mathrm{a4}-2\mathrm{a5}+\frac{6S}{5} \\
\mathrm{a1}-\mathrm{a10}+2\mathrm{a2}+2\mathrm{a3}+3\mathrm{a4}+2\mathrm{a5}-\frac{4S}{5} \\
-\mathrm{a1}-\mathrm{a19}-2\mathrm{a2}-2\mathrm{a3}-3\mathrm{a4}-2\mathrm{a5}+\frac{6S}{5} \\
\mathrm{a1}+2\mathrm{a2}-\mathrm{a28}+2\mathrm{a3}+3\mathrm{a4}+2\mathrm{a5}-\frac{4S}{5} \\
\mathrm{a10}+\mathrm{a19}-\mathrm{a2}+\mathrm{a28}-\mathrm{a3}-2\mathrm{a4}-\mathrm{a5}+\frac{3S}{10}
\end{array}$$

Colonne 4

$a5$	$-a1-2a2-2a3-2a4-2a5+S$
$a1+a10-a5$	$-a10+2a2+2a3+2a4+2a5-\frac{3S}{5}$
$-a1+a19+a5$	$-a19-2a2-2a3-2a4-2a5+S$
$a1+a28-a5$	$2a2-a28+2a3+2a4+2a5-\frac{3S}{5}$
$-2a1-a10-a19-a2-a28-a3-a4+\frac{9S}{10}$	$a1+a10+a19-a2+a28-a3-a4-a5+\frac{S}{10}$
$2a1+2a2+2a3+2a4+a5-\frac{4S}{5}$	$\frac{1}{5}(-5a1+S)$
$-a1+a10-2a2-2a3-2a4-a5+\frac{4S}{5}$	$\frac{1}{5}(-5a10+S)$
$a1+a19+2a2+2a3+2a4+a5-\frac{4S}{5}$	$\frac{1}{5}(-5a19+S)$
$-a1-2a2+a28-2a3-2a4-a5+\frac{4S}{5}$	$\frac{1}{5}(-5a28+S)$
$-a10-a19+a2-a28+a3+a4+\frac{S}{10}$	$a1+a10+a19+a2+a28+a3+a4+a5-\frac{7S}{10}$
Colonne 5	Colonne 6

$2a1+3a2+2a3+2a4+2a5-S$	$-2a1-2a2-a3-2a4-2a5+S$
$-a1+a10-3a2-2a3-2a4-2a5+S$	$a1-a10+2a2+a3+2a4+2a5-\frac{3S}{5}$
$a1+a19+3a2+2a3+2a4+2a5-S$	$-a1-a19-2a2-a3-2a4-2a5+S$
$-a1-3a2+a28-2a3-2a4-2a5+S$	$a1+2a2-a28+a3+2a4+2a5-\frac{3S}{5}$
$-a10-a19+2a2-a28+a3+a4+a5-\frac{S}{10}$	$a10+a19-a2+a28-a4-a5+\frac{S}{10}$
$\frac{1}{5}(-5a2+S)$	$\frac{1}{5}(-5a3+S)$
$a1+a10+a2-\frac{S}{5}$	$-a1-a10+a3+\frac{S}{5}$
$-a1+a19-a2+\frac{S}{5}$	$a1-a19-a3+\frac{S}{5}$
$a1+a2+a28-\frac{S}{5}$	$-a1-a28+a3+\frac{S}{5}$
$-2a1-a10-a19-2a2-a28-a3-a4-a5+\frac{11S}{10}$	$2a1+a10+a19+a2+a28+a4+a5-\frac{7S}{10}$
Colonne 7	Colonne 8

Colonne 9	Colonne 10
$2a1 + 2a2 + 2a3 + 3a4 + 2a5 - S$	$-2a1 - 2a2 - 2a3 - 2a4 - a5 + S$
$-a1 + a10 - 2a2 - 2a3 - 3a4 - 2a5 + S$	$a1 - a10 + 2a2 + 2a3 + 2a4 + a5 - \frac{3S}{5}$
$a1 + a19 + 2a2 + 2a3 + 3a4 + 2a5 - S$	$-a1 - a19 - 2a2 - 2a3 - 2a4 - a5 + S$
$-a1 - 2a2 + a28 - 2a3 - 3a4 - 2a5 + S$	$a1 + 2a2 - a28 + 2a3 + 2a4 + a5 - \frac{3S}{5}$
$-a10 - a19 + a2 - a28 + a3 + 2a4 + a5 - \frac{S}{10}$	$a10 + a19 - a2 + a28 - a3 - a4 + \frac{S}{10}$
$\frac{1}{5}(-5a4 + S)$	$\frac{1}{5}(-5a5 + S)$
$a1 + a10 + a4 - \frac{S}{5}$	$-a1 - a10 + a5 + \frac{S}{5}$
$-a1 + a19 - a4 + \frac{S}{5}$	$a1 - a19 - a5 + \frac{S}{5}$
$a1 + a28 + a4 - \frac{S}{5}$	$-a1 - a28 + a5 + \frac{S}{5}$
$-2a1 - a10 - a19 - a2 - a28 - a3 - 2a4 - a5 + \frac{11S}{10}$	$2a1 + a10 + a19 + a2 + a28 + a3 + a4 - \frac{7S}{10}$

Les dix colonnes sont numérotées de gauche à droite.

Les variables libres de cette structure sont : a1, a2, a3, a4, a5, a10, a19, a28 et S.

Afin d'obtenir un hyper-magique formé exclusivement d'entiers, il faudra attribuer une valeur entière à chacune des huit variables différentes de S et, que S soit un entier multiple de 10.

Voici notre troisième hyper-magique presque normal d'ordre 10. Sa somme magique est S = 2080. Les deux premiers étaient de sommes 10 440 et 2 740. Ils ne sont pas illustrés ici.

Nous avons S/5 = 416, 2S/5 = 832 pour l'hyper-magique et 9S/10 = 1872 pour l'équerre. Le plus petit entier est 1 et le plus grand, 415.

$$M = \begin{matrix} 218 & 217 & 220 & 209 & 259 & 52 & 383 & 54 & 375 & 93 \\ 257 & 140 & 255 & 148 & 216 & 305 & 92 & 303 & 100 & 264 \\ 240 & 195 & 242 & 187 & 281 & 30 & 405 & 32 & 397 & 71 \\ 166 & 231 & 164 & 239 & 125 & 396 & 1 & 394 & 9 & 355 \\ 86 & 349 & 88 & 341 & 127 & 184 & 251 & 186 & 243 & 225 \\ 364 & 33 & 362 & 41 & 323 & 198 & 199 & 196 & 207 & 157 \\ 111 & 324 & 113 & 316 & 152 & 159 & 276 & 161 & 268 & 200 \\ 386 & 11 & 384 & 19 & 345 & 176 & 221 & 174 & 229 & 135 \\ 20 & 415 & 22 & 407 & 61 & 250 & 185 & 252 & 177 & 291 \\ 232 & 165 & 230 & 173 & 191 & 330 & 67 & 328 & 75 & 289 \end{matrix}$$

Pour reproduire le carré M, vous avez besoin de connaitre neuf de ses nombres seulement. Quels sont-ils?

Nous allons tenter de trouver un autre hyper-magique d'ordre 10 avec une plus petite somme.

Voir les problèmes 25 et 26 de 7.4.