Annexe 2 : Quelques conjectures et observations

Nous présentons ici toutes les conjectures que nous trouvons à travers ce livre.

CONJECTURE 1 :

Soit M, un carré magique d'ordre n et de somme magique S qui renferme n^2 nombres différents et soit E, un carré magique normal d'ordre n (qui renferme les entiers de 1 à n^2) et de somme magique T . Le nombre de figures magiques de M se note $f(S)\ ou\ f(M)$ et le nombre de figures magiques de E, $f(T)\ ou\ f(E)$. Alors :

$$f(S) \leq f(T)$$

Ainsi, pour $n = 4$, $f(T) = f(34) = 86$ d'où $f(S) \leq 86$

Pour $n = 5$, $f(T) = f(65) = 1394$ d'où $f(S) \leq 1394$

Pour $n = 7$, $f(T) = f(175) = 957332$ d'où $f(S) \leq 957332$

CONJECTURE 2 :

Pour tous les ordres $n \geq 4$, il existe au moins un carré magique normal idéal.

Pour tous les ordres $n \geq 4$, il existe un super-générateur.

Pour tous les ordres $n \geq 4$, il existe au moins un carré magique presque normal de somme magique k et ce, pour tout $k \geq S$.

CONJECTURE 3 : la conjecture CBCS

Il existe une infinité de quadruplets jumeaux voisins.

CONJECTURE 4 :

Soit W un carré magique presque normal d'ordre $n \geq 3$ qui contient n^2 entiers consécutifs. Le nombre maximum de nombres premiers contenus dans W est $p(M)$ ou $p(M)+1$.

CONJECTURE 5 :

Soit W un carré magique presque normal d'ordre $n \geq 3$, qui contient n^2 entiers consécutifs. Si le carré W contient p(M) + 1 nombres premiers, alors celui-ci est le seul à contenir p(M) + 1 nombres premiers.

CONJECTURE 6 :

Considérons les structures générales de carrés arithmétiques construites avec ALG-1, ALG-2 et ALG-3. Vues comme des matrices carrées, nous pouvons calculer leurs déterminants.

a) Pour les ordres pairs multiples de 4 : $Det = 0$ si $n \geq 4$.
b) Pour les ordres pairs non multiples de 4 : $Det = 0$ si $n \geq 10$.
c) Pour les ordres impairs $n = 2k+1$, $Det = \pm(2k+1)^{2k}(r^2 - t^2)^k(a + kr + kt)$ avec $k \geq 1$, un entier. Nous choisissons le signe $+$ si k est pair et le signe $-$ si k est impair.

CONJECTURE 7 :

Si un carré est vertical-alpha ou horizontal-alpha, alors il est d'ordre 5.

CONJECTURE 8 : Voir 15.3.2

Tous les m-hyper-magiques presque normaux d'ordre 4 donc de produit $P = k^2$, se retrouvent, lorsqu'ils existent, en groupes de quarante-huit carrés. Dans chaque groupe, tous les carrés renferment exactement les mêmes seize entiers, des diviseurs de k.

CONJECTURE 9 : Voir annexe 24, pages 9 et 10.

CONJECTURE 10 : Voir annexe 24, pages 12 et 13.

OBSERVATION 1 :

Les treize meilleurs produits pour les m-hyper-magiques presque normaux d'ordre 4 et de produit $P = k^2$ sont obtenus avec :

$k = 120$; 168 ; 210 ; 216 ; 240 ; 264 ; 270 ; 280 ; 312 ; 330 ; 336 ; 360 ; 378 ; 384

Les treize meilleurs produits pour les m-hyper-magiques presque normaux d'ordre 6 et de produit $P = k^6$ sont obtenus avec :

$k = 120$; 168 ; 210 ; 216 ; 240 ; 264 ; 270 ; 280 ; 312 ; 330 ; 336 ; 360 ; 378

Ces treize valeurs de k sont les mêmes pour les ordres 4 et 6. Toutes les autres valeurs de 120 à 378 nous donnent aucun carré ni pour 4 ni pour 6.

Cependant, avec $k = 384$, nous trouvons des presque normaux d'ordre 4 mais aucun d'ordre 6.